Pregunta **2**

Correcta

Puntúa como 1,00

Marcar pregunta

Sea $(\mathbb{V}, \langle\cdot,\cdot\rangle)$ un $\mathbb{R}$ -espacio euclídeo de dimensión 3 y sea $B = \{u_1, u_2, u_3\}$ una base ortonormal de $\mathbb{V}$. La matriz de la proyección ortogonal sobre el subespacio $\mathbb{S} = \{u_3\}^\perp$ con respecto a las bases B y $B' = \left\{\frac{1}{10}u_1 + \frac{2}{10}u_2,\ \frac{2}{10}u_1 - \frac{1}{10}u_2,\ u_3\right\}$ es

Seleccione una:

a. $[P_{\mathbb{S}}]_B^{B'} = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 3 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

b. $[P_{\mathbb{S}}]_B^{B'} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 4 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

c. $[P_{\mathbb{S}}]_B^{B'} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

d. $[P_{\mathbb{S}}]_B^{B'} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 4 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. ✔

e. Ninguna de las otras es correcta.

La respuesta correcta es: $[P_{\mathbb{S}}]_B^{B'} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 4 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

Pregunta **3**

Incorrecta

Puntúa como 1,00

Marcar pregunta

Sea $L : C^\infty(\mathbb{R}) \to C^\infty(\mathbb{R})$ el operador diferencial $L[y] = y'' + a_1y' + a_0y$ tal que la ecuación $L[y] = 0$ tiene como solución a la función $y = 5e^{3x} + 3e^{2x}$. La solución general de la ecuación diferencial $L[y] = 3e^{3x} - 5e^{2x}$ es

Seleccione una:

a. Ninguna de las otras es correcta.

b. $y = -3xe^{3x} - 5xe^{2x} + ae^{3x} + be^{2x}, \quad a, b \in \mathbb{R}$.

c. $y = -3xe^{3x} + 5xe^{2x} + ae^{3x} + be^{2x}, \quad a, b \in \mathbb{R}$.

d. $y = 3xe^{3x} - 5xe^{2x} + ae^{3x} + be^{2x}, \quad a, b \in \mathbb{R}$. ✖

e. $y = 3xe^{3x} + 5xe^{2x} + ae^{3x} + be^{2x}, \quad a, b \in \mathbb{R}$.

La respuesta correcta es: $y = 3xe^{3x} + 5xe^{2x} + ae^{3x} + be^{2x}, \quad a, b \in \mathbb{R}$.

Pregunta **4**

Correcta

Puntúa como 1,00

Marcar pregunta

Sea $T \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ la transformación lineal definida por $T\left(\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T\right) = \begin{bmatrix} bx_3 - x_2 & x_1 - ax_3 & ax_2 - bx_1 \end{bmatrix}^T$, donde $a, b \in \mathbb{R}$ son tales que $\operatorname{Im}(T) = \operatorname{gen}\left\{\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}^T, \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T\right\}$. Todas las soluciones de la ecuación $T(x) = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 \end{bmatrix}^T$ son de la forma

Seleccione una:

a. Ninguna de las otras es correcta.

b. $x = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \end{bmatrix}^T + t\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T, \quad t \in \mathbb{R}$.

c. $x = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}^T + t\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T, \quad t \in \mathbb{R}$.

d. $x = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}^T + t\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T, \quad t \in \mathbb{R}$. ✔

e. $x = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 \end{bmatrix}^T + t\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T, \quad t \in \mathbb{R}$.

La respuesta correcta es: $x = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}^T + t\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T, \quad t \in \mathbb{R}$.

Pregunta **5**

Correcta

Puntúa como 1,00

Marcar pregunta

Sean $\mathbb{S}_1$ y $\mathbb{S}_2$ los subespacios de $\mathbb{R}_2[x]$ definidos por $\mathbb{S}_1 = \{p \in \mathbb{R}_2[x] : p'' = 0\}$ y $\mathbb{S}_2 = \text{gen}\{1 + x + x^2\}$ y sea $T : \mathbb{R}_2[x] \to \mathbb{R}_2[x]$ la transformación lineal definida por:

$T(1 + x) = 1 + x,$

$T(1 - x^2) = 3 + 2x + x^2,$

$T(1 + x^2) = -1 - 2x - x^2.$

Seleccione una:

a. T es la proyección de $\mathbb{R}_2[x]$ sobre $\mathbb{S}_2$ en la dirección de $\mathbb{S}_1$.

b. T es la simetría de $\mathbb{R}_2[x]$ con respecto $\mathbb{S}_2$ en la dirección de $\mathbb{S}_1$.

c. Ninguna de las otras es correcta.

d. T es la proyección de $\mathbb{R}_2[x]$ sobre $\mathbb{S}_1$ en la dirección de $\mathbb{S}_2$.

e. T es la simetría de $\mathbb{R}_2[x]$ con respecto $\mathbb{S}_1$ en la dirección de $\mathbb{S}_2$. ✔

La respuesta correcta es: T es la simetría de $\mathbb{R}_2[x]$ con respecto $\mathbb{S}_1$ en la dirección de $\mathbb{S}_2$.

Pregunta **6**

Correcta

Puntúa como 1,00

Marcar pregunta

Sea $\mathbb{S} = \left\{p \in \mathbb{R}_3[x] : \int_{-3}^{3} p(x)dx = 0,\ \int_{-2}^{2} xp(x)dx = 0\right\}$. Una base de $\mathbb{S}$ es

Seleccione una:

a. $\{3x^2 - 4,\ 5x^3 - 27x\}$.

b. $\{3x^2 - 9,\ 5x^3 - 48x\}$.

c. $\{3x^2 - 9,\ 5x^3 - 12x\}$. ✔

d. Ninguna de las otras es correcta.

e. $\{3x^2 - 16,\ 5x^3 - 12x\}$.

La respuesta correcta es: $\{3x^2 - 9,\ 5x^3 - 12x\}$.

Pregunta **7**

Incorrecta

Puntúa como 1,00

Marcar pregunta

Sea S el conjunto de todas las soluciones del sistema lineal $Ax = b$, donde

$A = \begin{bmatrix} 3 & -6 & 3 \\ -6 & 0 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ y $b = \begin{bmatrix} -15 \\ 10 \\ -5 \end{bmatrix}$.

Seleccione una:

a. Ninguna de las otras es correcta.

b. $S = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}^T + \text{gen}\left\{\begin{bmatrix} 2 & 2 & -6 \end{bmatrix}^T\right\}$.

c. $S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}^T + \text{gen}\left\{\begin{bmatrix} -2 & 2 & 6 \end{bmatrix}^T\right\}$. ✖

d. $S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}^T + \text{gen}\left\{\begin{bmatrix} 2 & 2 & -6 \end{bmatrix}^T\right\}$.

e. $S = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}^T + \text{gen}\left\{\begin{bmatrix} -2 & 2 & 6 \end{bmatrix}^T\right\}$.

La respuesta correcta es: $S = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}^T + \text{gen}\left\{\begin{bmatrix} -2 & 2 & 6 \end{bmatrix}^T\right\}$.

Pregunta **8**

Incorrecta

Puntúa como 1,00

Marcar pregunta

Sea $(\mathbb{V}, \langle\cdot,\cdot\rangle)$ un $\mathbb{R}$ -espacio euclídeo de dimensión 3 y sea

$$G_B = \begin{bmatrix} 60 & 30 & 20 \\ 30 & 20 & 15 \\ 20 & 15 & 12 \end{bmatrix}$$

la matriz del producto interno $\langle\cdot,\cdot\rangle$ respecto de la base $B = \{v_1, v_2, v_3\}$. El área del triángulo de vértices $0, v_1 - v_2, 2v_2 + v_3$ es

Seleccione una:

- a. $\frac{1}{2}\sqrt{2415}$.
- b. $\frac{1}{2}\sqrt{2160}$. ✖
- c. $\frac{1}{2}\sqrt{160}$.
- d. Ninguna de las otras es correcta.
- e. $\frac{1}{2}\sqrt{415}$.

La respuesta correcta es: $\frac{1}{2}\sqrt{2415}$.

Pregunta **9**

Correcta

Puntúa como 1,00

Marcar pregunta

Sean $\mathbb{V}$ un $\mathbb{R}$ -espacio vectorial, $\{v_1, v_2, v_3\} \subset \mathbb{V}$ un conjunto linealmente independiente, y $a \in \mathbb{R}$. El conjunto $\{3v_1 + av_2 + 3v_3, av_1 + 2v_3, v_1 + 2v_2 + v_3\}$ es linealmente dependiente si y sólo si

Seleccione una:

- a. $a \in \{-3, 6\}$.
- b. Ninguna de las otras es correcta.
- c. $a \in \{2, 6\}$. ✔
- d. $a \in \{2, -6\}$.
- e. $a \in \{-3, -6\}$.

La respuesta correcta es: $a \in \{2, 6\}$.

Pregunta **10**

Correcta

Puntúa como 1,00

Marcar pregunta

Sea $B_1 = \{v_1, v_2\}$ una base de $\mathbb{V}$. Si la matriz de cambio de coordenadas de la base B_1 en la base B_2 es $M_{B_1}^{B_2} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 8 & 3 \end{bmatrix}$, entonces

Seleccione una:

- a. $B_2 = \{-5v_1 + 2v_2, 8v_1 - 3v_2\}$.
- b. Ninguna de las otras es correcta.
- c. $B_2 = \{-3v_1 + 8v_2, 2v_1 - 5v_2\}$. ✔
- d. $B_2 = \{8v_1 - 5v_2, -3v_1 + 2v_2\}$.
- e. $B_2 = \{2v_1 - 3v_2, -5v_1 + 8v_2\}$.

La respuesta correcta es: $B_2 = \{-3v_1 + 8v_2, 2v_1 - 5v_2\}$.

Pregunta **11**

Correcta

Puntúa como 1,00

Marcar pregunta

En $\mathbb{R}_1[x]$ con el producto interno definido por $\langle p, q\rangle = \int_{-1}^{1} p(x)q(x)dx$ se considera $\phi : \mathbb{R}_1[x] \to \mathbb{R}$ la funcional lineal definida por $\phi(p) = p(8)$. Entonces, el único polinomio $q \in \mathbb{R}_1[x]$ tal que $\phi(p) = \langle p, q\rangle$ para todo $p \in \mathbb{R}_1[x]$ es

Seleccione una:

a. $q(x) = \frac{1}{2} + 6x$.

b. $q(x) = \frac{1}{2} + 12x$. ✔

c. $q(x) = \frac{1}{2} + 3x$.

d. $q(x) = \frac{1}{2} + 9x$.

e. Ninguna de las otras es correcta.

La respuesta correcta es: $q(x) = \frac{1}{2} + 12x$.

Pregunta **12**

Correcta

Puntúa como 1,00

Marcar pregunta

En $\mathbb{R}^{2\times 2}$ con el producto interno canónico se considera el subespacio $\mathbb{S} = \left\{X \in \mathbb{R}^{2\times 2} : X^T = X\right\}$. La distancia de $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$ a $\mathbb{S}^{\perp}$ es

Seleccione una:

a. $\sqrt{76}$.

b. $\sqrt{118}$.

c. $\sqrt{86}$. ✔

d. 10.

e. Ninguna de las otras es correcta.

La respuesta correcta es: $\sqrt{86}$.

Pregunta **13**

Correcta

Puntúa como 1,00

Marcar pregunta

Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ la transformación lineal definida por $T(x) = Ax$, donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

La imagen por T de la recta que pasa por los puntos $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$ y $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$ es

Seleccione una:

a. $\left\{\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^2 : x_2 - 2 = \frac{1}{4}(x_1 - 2)\right\}$.

b. $\left\{\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^2 : x_2 - 2 = 3(x_1 - 2)\right\}$.

c. $\left\{\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^2 : x_2 - 2 = \frac{1}{3}(x_1 - 2)\right\}$. ✔

d. Ninguna de las otras es correcta.

e. $\left\{\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^2 : x_2 - 2 = \frac{1}{2}(x_1 - 2)\right\}$.

La respuesta correcta es: $\left\{\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^2 : x_2 - 2 = \frac{1}{3}(x_1 - 2)\right\}$.